

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN SIBIU

**PROGRAMA CONCURSULUI INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ  
„GHEORGHE LAZĂR”  
SIBIU, 23-25 martie 2018**

**CLASA A VII A**

**ALGEBRĂ**

**1. Mulțimea numerelor raționale**

**2. Mulțimea numerelor reale**

Modulul unui număr real. Proprietățile modulului. Partea întreagă și partea fracționară a unui număr real. Reguli de calcul cu radicali. Raționalizarea numitorilor. Formula radicalilor dubli.

**3. Calcul algebric**

**4. Ecuații și inecuații**

Inegalități. Sume. Probleme de maxim și de minim.

**GEOMETRIE**

**1. Patrulatere**

**2. Asemănarea triunghiurilor**

Teorema lui Thales. Teorema reciprocă a teoremei lui Thales. Teorema paralelelor echidistante. Teorema paralelelor neechidistante. Linia mijlocie în triunghi; proprietăți. Centrul de greutate al unui triunghi; proprietăți. Linia mijlocie în trapez; proprietăți. Teorema fundamentală a asemănării. Criterii de asemănare a triunghiurilor. Teorema bisectoarei (interioare, exterioare) și teorema reciprocă.

**3. Probleme de coliniaritate. Probleme de concurență**

Teorema lui Menelaos; teorema reciprocă. Teorema lui Ceva; teorema reciprocă.

**4. Relații metrice**

**CLASA A VIII-A**

**ALGEBRĂ**

**1. Mulțimea numerelor reale**

Partea întreagă și partea fracționară a unui număr real. Ecuații. Modulul unui număr real. Ecuații. Intervale. Operații cu intervale. Inecuații. Formulele de calcul prescurtat. Rapoarte de numere reale reprezentate prin litere. Operații.

**2. Funcții**

**3. Ecuații, inecuații și sisteme de ecuații**

**GEOMETRIE**

**1. Puncte, drepte, plane. Paralelism**

Teoreme de paralelism; teorema lui Menelaos în spațiu; teorema reciprocă teoremei lui Menelaos; teorema lui Thales în spațiu; axe de simetrie ale paralelipipedului dreptunghic; axa de simetrie a piramidei patrulatere regulate; simetria față de un plan; secțiuni axiale în corpurile care admit axe de simetrie.

## 2. Proiecții ortogonale pe un plan

Perpendiculara comună a două drepte; reciprocele teoremelor celor trei perpendiculare; plan mediator; plan bisector.

## 3. Calcul de arii și volume (prisma, piramida, trunchiul de piramidă).

### CLASA A IX-A

#### ALGEBRĂ

##### 1. Mulțimi și elemente de logică matematică

Mulțimea numerelor reale: operații algebrice cu numere reale, ordonarea numerelor reale, modulul unui număr real, aproximări prin lipsă sau prin adaos, partea întreagă, partea fracționară a unui număr real; operații cu intervale de numere reale. Propoziție, predicat, cuantificatori. Operații logice elementare (negație, conjuncție, disjuncție, implicație, echivalență), corelate cu operațiile și cu relațiile dintre mulțimi (complementară, intersecție, reuniune, incluziune, egalitate); raționament prin reducere la absurd. Inducția matematică.

##### 2. Șiruri

Modalități de a defini un șir, șiruri mărginite, șiruri monotone. Șiruri particulare: progresii aritmetice, progresii geometrice, formula termenului general în funcție de un termen dat și rație, suma primilor  $n$  termeni ai unei progresii. Condiția ca  $n$  numere să fie în progresie aritmetică sau geometrică, pentru  $n \geq 3$ .

##### 3. Funcții; lecturi grafice

Reper, produs cartezian; funcția; funcții numerice - proprietăți, injectivitate, surjectivitate, bijectivitate; compunerea funcțiilor.

##### 4. Funcția de gradul I

Definiție; reprezentarea grafică a funcției de gradul întâi, intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația  $f(x)=0$ . Interpretarea grafică a proprietăților algebrice ale funcției: monotonie și semnul funcției; studiul. Monotoniei, Poziția relativă a două drepte, sisteme de ecuații, sisteme de inecuații de gradul I.

##### 5. Inegalități

Inegalitatea mediilor, inegalitatea lui Cauchy-Buniakowski-Schwartz.

#### GEOMETRIE

##### 1. Vectori în plan

Vectori, vectori coliniari; operații cu vectori - proprietăți; condiția de coliniaritate, descompunerea după doi vectori dați, necoliniari și nenuli.

##### 2. Coliniaritate, concurență, paralelism - calcul vectorial în geometria plană

Vectorul de poziție al unui punct; teorema lui Thales (condiții de paralelism); concurența medianelor unui triunghi, teorema bisectoarei, vectorul de poziție al centrului cercului înscris într-un triunghi; ortocentrul unui triunghi; relația lui Sylvester, concurența înălțimilor; teorema lui Menelaus, teorema lui Ceva.

### CLASA A X-A

#### ALGEBRĂ

##### 1. Mulțimi de numere

**Numere reale:** proprietăți ale puterilor cu exponent rațional, irațional și real ale unui număr pozitiv nenul, aproximări raționale pentru numere reale. Radical de ordin  $n$  ( $n$  natural și  $n \geq 2$ ) dintr-un număr,

proprietăți ale radicalilor. Noțiunea de logaritm, proprietăți ale logaritmilor, calcule cu logaritmi, operația de logaritmare.

**2. Mulțimea C:** Numere complexe sub formă algebrică, conjugatul unui număr complex, operații cu numere complexe. Interpretarea geometrică a operațiilor de adunare și de scăderea numerelor complexe și a înmulțirii acestora cu un număr real.

**3. Rezolvarea în C** a ecuației de gradul al doilea cu coeficienți reali. Ecuații bipătrate.

**4. Numere complexe sub formă trigonometrică,** înmulțirea, ridicarea la putere, rădăcinile de ordin  $n$  ale unui număr complex; interpretare geometrică.

**5. Ecuații binome.**

**6. Funcții:** funcția putere cu exponent natural, funcția radical, exponențială, logaritmică, creșteri exponențiale și logaritmice; funcții trigonometrice directe și inverse; lectura grafică a proprietăților algebrice ale funcțiilor: monotonie, bijectivitate, inversabilitate, semn, concavitate/convexitate.

**7. Injectivitate, surjectivitate, bijectivitate, funcții inversabile;** proprietăți grafice, concavitate și convexitate.

**8. Ecuații:** iraționale, exponențiale, logaritmice, trigonometrice.

**9. Convexitate în sensul lui Jensen.**

## CLASA A XI-A

### ALGEBRĂ

**1. Matrice:** Matrice; operații cu matrice: adunarea, înmulțirea, înmulțirea unei matrice cu un scalar, proprietăți.

**2. Determinanți:** Determinantul unei matrice pătratică de ordin cel mult 4, proprietăți.

**3. Aplicații:** ecuația unei drepte determinate de două puncte distincte, aria unui triunghi și coliniaritatea a trei puncte în plan. Teorema lui Cayley-Hamilton.

**4. Matrice inversabile** din  $M_n(\mathbb{C})$ ,  $n=2,3$ . Ecuații matriceale.

**5. Sisteme de ecuații liniare** - Sisteme liniare cu cel mult 4 necunoscute; forma matriceală a unui sistem liniar. Metode de rezolvare a sistemelor liniare: metoda Cramer, metoda Gauss.

### ANALIZĂ MATEMATICĂ

**1. Dreapta reală:** Intervale, mărginire, vecinătăți, dreapta încheiată, simbolurile  $+\infty$  și  $-\infty$ .

**2. Limite de funcții:** Interpretarea grafică a limitei într-un punct utilizând vecinătăți, limite laterale pentru: funcția de gradul I, funcția de gradul al II-lea, funcția logaritmică, exponențială, funcția putere ( $n=2, 3$ ), funcția radical ( $n=2, 3$ ), funcția raport de două funcții cu grad cel mult 2.

**3. Calculul limitelor** pentru funcția de gradul I, funcția de gradul al II-lea, funcția logaritmică, exponențială, funcția putere ( $n=2, 3$ ), funcția radical ( $n=2, 3$ ), funcția raport de două funcții cu grad cel mult 2, limitele funcțiilor trigonometrice; cazuri exceptate la calculul limitelor de funcții:  $0/0$ ,  $\infty/\infty$ ,  $0 \cdot \infty$ .

**4. Asimptotele** graficului funcțiilor studiate: verticale, orizontale și oblice.

**5. Funcții continue:** Continuitatea unei funcții într-un punct al domeniului de definiție, funcții continue, interpretarea grafică a continuității unei funcții, studiul continuității în puncte de pe dreapta reală pentru funcțiile studiate, operații cu funcții continue.

**6. Semnul unei funcții continue** pe un interval de numere reale utilizând consecința proprietății lui Darboux.

**7. Discontinuități** de speța I și a II-a.

## CLASA A XII-A

### ALGEBRĂ

1. **Lege de compoziție internă**, tabla operației.
2. **Grup**, grupuri numerice, grupuri de matrice, grupuri de permutări,  $\mathbf{Z}_n$ .
3. **Morfisme** și izomorfisme de grupuri.
4. **Inele numerice** ( $\mathbf{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$ ),  $\mathbf{Z}_n$ , inele de matrice, inele de funcții reale.
5. **Corp**, corpuri numerice ( $\mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$ ),  $\mathbf{Z}_n$ ,  $n$  prim.
6. **Morfisme** și izomorfisme de corpuri.
7. **Inele de polinoame cu coeficienți într-un corp comutativ** ( $\mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}, \mathbf{Z}_p, p$  prim) - Forma algebrică a unui polinom, operații (adunarea, înmulțirea, înmulțirea cu un scalar). Teorema împărțirii cu rest; împărțirea polinoamelor, împărțirea cu  $X - a$ , schema lui Horner.
8. **Divizibilitatea polinoamelor**, teorema lui Bezout, c.m.m.d.c. și c.m.m.m.c. al unor polinoame, descompunerea unui polinom în factori ireductibili. Rădăcini ale polinoamelor.

### ANALIZĂ MATEMATICĂ

1. **Primitive** Integrala nedefinită a unei funcții continue, proprietatea de liniaritate a integralei nedefinite.
2. **Primitive uzuale**.
3. **Integrala Riemann** a unei funcții continue cu formula Leibniz–Newton.
4. **Proprietăți** ale integralei definite: liniaritate, monotonie, aditivitate în raport cu intervalul de integrare.
5. **Metode de calcul** ale integralelor definite: integrarea prin părți, integrarea prin schimbarea de variabilă. Calculul integralelor de forma  $\int_a^b \frac{P(x)}{Q(x)} dx$ ,  $\text{grad} Q \leq 4$  prin metoda descompunerii în fracții simple.

### NOTĂ:

1. *Programa de concurs include conținuturile programelor de la fiecare clasă/ specializare. Se presupun cunoscute conținuturile programelor din clasele anterioare.*
2. *În plus, pentru secțiunea matematică-informatică se presupun cunoscute și conținuturile programei Olimpiadei Naționale de Matematică.*